ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

ЛЕКЦИЯ 14

## 4.7 Цифровые ПИД-регуляторы

ПИД-регуляторы находят самое широкое применение в цифровых системах управления, поэтому рассмотрим их подробнее. Идеализированное уравнение непрерывного ПИД-регулятора записывается так

$$u(t) = K\left[\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t \varepsilon(t)dt + T_d\,\frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right] \quad . \tag{4.22}$$

Передаточная функция этого регулятора записывается так

$$W(s) = k\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \quad . \tag{4.23}$$

Этот алгоритм физически нереализуем потому, что не может быть реализована производная по времени. Однако в результате дискретизации получается уже физически реализуемый, но приближенный алгоритм. Есть ряд модификаций дискретного ПИД-регулятора в зависимости от того, как эти модификации получены.

Рассмотрим преобразование непрерывного ПИД-регулятора (4.22), (4.23) к дискретному виду. Можно использовать один из ранее рассмотренных четырех методов. Используем самый простой – замену $s = \dfrac{1-z^{-1}}{T}$ в передаточной функции (4.23). Такая замена используется в первом методе. В результате замены получаем

$$W(z) = k\left(1 + \frac{1}{T_u\,\dfrac{1-z^{-1}}{T}} + T_d\,\frac{1-z^{-1}}{T}\right) = k\left(1 + \frac{T/T_u}{1-z^{-1}} + T_d/T\left(1-z^{-1}\right)\right) =$$

$$k\left(\frac{1-z^{-1}+T/T_u+T_d/T\left(1-z^{-1}\right)^2}{1-z^{-1}}\right) = k\left(\frac{1-z^{-1}+T/T_u+T_d/T\left(1-2z^{-1}+z^{-2}\right)}{1-z^{-1}}\right) =$$

$$= k\left(\frac{1-z^{-1}+T/T_u+T_d/T-2T_d/Tz^{-1}+T_d/Tz^{-2}}{1-z^{-1}}\right) =$$

$$= k\left(\frac{\left(1+T/T_u+T_d/T\right)-\left(1+2T_d/T\right)z^{-1}+\left(T_d/T\right)z^{-2}}{1-z^{-1}}\right)$$

.

Таким образом, получено

$$W(z) = \frac{k\left(q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}\right)}{1-z^{-1}}, \tag{4.24}$$

где

$$\begin{aligned} q_0 &= 1 + T/T_u + T_d/T \\ q_1 &= 1 + 2T_d/T \\ q_2 &= T_d/T \end{aligned} \quad . \tag{4.25}$$

Алгоритм (4.24) соответствует общей форме линейного дискретного регулятора второго порядка (4.20).

От выражения (4.24) легко перейти к выражению с положительными степенями z, для этого достаточно умножить числитель и знаменатель (4.24) на $z^2$ и сделать преобразования.

Если использовать билинейное преобразование $s = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$, то можно убедиться, что опять получаем алгоритм второго прядка.

Проделаем начало, для этого подставляем в (4.23) $s = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$

$$W(z) = k\left(1 + \frac{1}{T_u \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}} + T_d \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right) \tag{4.26}$$

и так далее.